ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée 2 heures - Coefficient 1

Il sera tenu compte de la rigueur des explications et du soin apporté à leur présentation.

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

THERMODYNAMIQUE : Etude d'un moteur thermique à air (6 points)

Dans un moteur thermique à air, une masse m_{air} d'air (**gaz supposé parfait**) de volume V variable décrit le cycle composé des transformations suivantes :

- compression isotherme de l'état A_1 ($P_1 = 1{,}0$ bar, $T_1 = 350$ K) à l'état A_2 ($P_2 = 8{,}0$ bar)
- échauffement isobare de l'état A_2 à l'état A_3 ($T_3 = 1400$ K)
- détente adiabatique réversible de l'état A_3 à l'état A_4
- refroidissement isobare de l'état A_4 à l'état initial A_1.

Données : Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1}
Masse molaire de l'air $M_{air} = 29$ g.mol^{-1} ; on prendra $m_{air} = 1{,}0$ kg
$\gamma = C_P / C_V = 1{,}4$
(C_P et C_V étant respectivement les capacités thermiques à pression constante et à volume constant)
Capacité thermique massique à pression constante c_p de l'air : $c_p = 1{,}0 \times 10^3$ J.K^{-1}.kg^{-1}
1 bar = 10^5 Pa.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Etat	P (bar)	V (m^3)	T (K)
A_1	1,0	1,0	$3{,}5 \times 10^2$
A_2	8,0	0,125	
A_3			$1{,}4 \times 10^3$
A_4	1,0		

2. Représenter le cycle étudié dans un diagramme de Clapeyron (P,V) avec l'échelle suivante : en abscisses 1 cm représente 0,20 m^3 ; en ordonnées 1 cm représente 1 bar.

3. Donner l'expression de l'énergie thermique Q_{12} échangée au cours de la transformation $A_1 \rightarrow A_2$ en fonction de m_{air}, M_{air}, R, T_1, P_1 et P_2. Calculer Q_{12}.

   De même, déterminer et calculer Q_{23}, Q_{34} et Q_{41}.

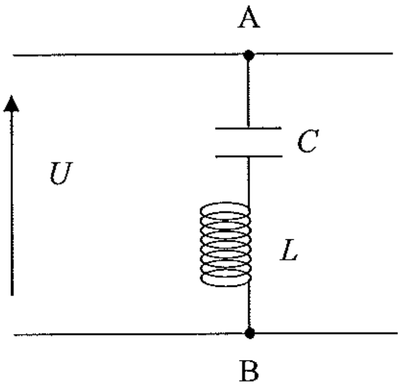
4. On note W le travail total échangé au cours du cycle $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A_1$. Exprimer W en fonction des différentes énergies thermiques échangées.

5. On définit le rendement η du moteur comme étant $\eta = \left|\frac{W}{Q_{23}}\right|$. Calculer η.

6. Définir puis calculer le rendement η' d'un moteur ditherme réversible de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes. Comparer η et η'.

<u>ELECTRICITÉ</u> : Filtres anti-harmoniques (5 points)

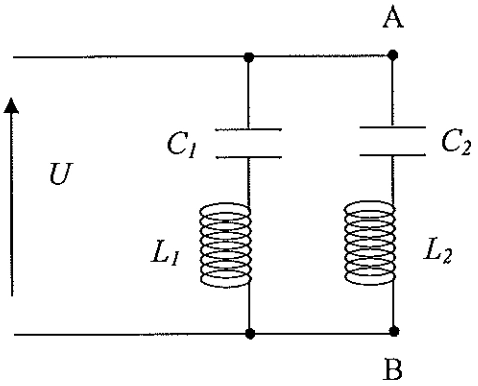
Dans les réseaux électriques alimentés par un courant alternatif sinusoïdal, certains appareils peuvent affecter la forme du signal, qui n'est alors plus une sinusoïde stricte. Des signaux sinusoïdaux appelés *harmoniques* dont les fréquences sont des multiples entiers de celle du signal de base se superposent à ce dernier.
Afin de remédier à ce problème, on installe des filtres anti-harmoniques semblables à celui-ci :



1. U étant une tension alternative sinusoïdale de pulsation ω, exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du filtre compris entre A et B en fonction de ω, de l'inductance L de la bobine et de la capacité C du condensateur.

2. A partir de l'expression établie dans la question 1, montrer que $\underline{Z}$ s'annule pour une pulsation ω_0 que l'on exprimera. Préciser la tension aux bornes de AB lorsque $\omega = \omega_0$, et expliquer en quoi ce dipôle joue le rôle d'un filtre de fréquence.

3. On souhaite en réalité éliminer deux harmoniques (dites harmoniques de rangs 3 et 5) de pulsations ω_3 et ω_5 à l'aide du filtre suivant :



3.1. Démontrer que l'impédance complexe $\underline{Z'}$ de ce nouveau filtre est :

$$\underline{Z'} = \frac{j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega})(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{L_1\omega + L_2\omega - \frac{1}{C_1\omega} - \frac{1}{C_2\omega}}$$

3.2. Les bobines ont une inductance $L_1 = L_2 = 100$ mH. La tension U délivrée en entrée a une fréquence $f = 50{,}0$ Hz. Les harmoniques de rang 3 et 5 correspondent aux fréquences $f_3 = 150$ Hz et $f_5 = 250$ Hz.

Exprimer puis calculer la valeur des capacités C_1 et C_2 des condensateurs à utiliser pour obtenir le résultat souhaité.

3.3. Montrer qu'il existe une pulsation ω_r, dont on établira l'expression, pour laquelle le filtre se comporte comme un coupe-circuit. Calculer ω_r.

MÉCANIQUE : Balance de Cavendish (9 points)

Remarque : de nombreuses questions sont indépendantes les unes des autres. Il est conseillé de lire tout le sujet.

En 1798, le scientifique anglais Henry Cavendish mit au point un dispositif qui allait lui permettre de déterminer la masse de la Terre en s'appuyant sur la loi de la gravitation universelle formulée par Isaac Newton plus d'un siècle auparavant (voir figure 1).

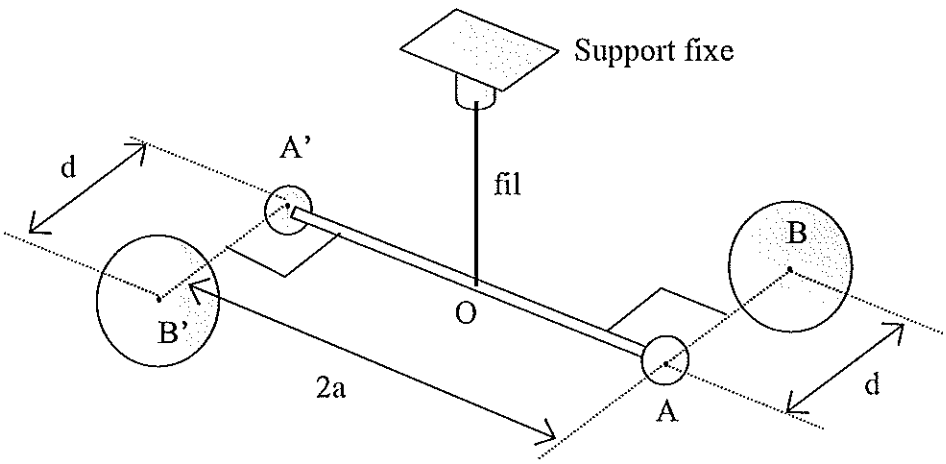
On se propose d'utiliser la balance de Cavendish afin de déterminer cette masse, ainsi que la valeur de la constante universelle de la gravitation G.

Dans une enceinte isolée on suspend un fléau horizontal constitué d'une tige rectiligne de masse négligeable aux extrémités de laquelle sont fixées deux petites sphères identiques, pleines, homogènes, chacune de masse m = 730 g et de rayon r = 2,50 cm. La distance séparant les centres A et A' de ces deux sphères a pour valeur $2a$ = 1,80 m.

Ce fléau est suspendu en son centre de gravité O à un fil caractérisé par une constante de torsion C.

Un dispositif (non représenté sur la figure 1) permet d'amener dans le plan horizontal du fléau deux grandes sphères identiques, chacune de masse M = 158 kg. Ces sphères sont amenées perpendiculairement à l'axe du fléau et placées à une distance d = 25,0 cm des petites sphères (distance centre à centre).

Figure 1



1. Détermination de la valeur de la constante de torsion du fil

Dans un premier temps, on étudie le dispositif sans les deux grandes sphères.

1.1. Donner l'expression du moment d'inertie J_0 d'une des petites sphères par rapport à l'axe Δ passant par son centre et parallèle à l'axe (Oz) confondu avec le fil.

1.2. A l'aide du théorème de Huygens – Steiner, montrer que le moment d'inertie J du fléau par rapport à l'axe Δ' (Oz) du fil tendu s'exprime sous la forme :

$$J = m \times \left(\frac{4r^2}{5} + 2a^2 \right)$$

On écarte le fléau de sa position d'équilibre d'un angle θ_0 dans le plan horizontal. Abandonné à lui-même, le fléau décrit alors des oscillations de période T = 7 min. On négligera tout frottement.

1.3. Établir l'équation différentielle de son mouvement par une étude dynamique.

1.4. En déduire l'expression de la constante de torsion C du fil, et calculer sa valeur.

2. Estimation de la valeur de la constante universelle de la gravitation

On place à présent les deux grandes sphères aux emplacements indiqués sur la figure 1. Sous l'effet de l'interaction gravitationnelle, le fléau s'écarte alors de sa position initiale d'un angle θ dans le plan horizontal.

Pour simplifier le problème, on considérera que chaque petite sphère n'interagit qu'avec la grande sphère la plus proche. De plus, l'angle θ étant très faible, les segments AB et A'B' à l'équilibre restent quasiment perpendiculaires à la direction initiale du fléau et $AB = A'B' \approx d$.

2.1. Réaliser un schéma annoté de la situation vu de dessus.

2.2. Établir l'équation traduisant l'équilibre mécanique du fléau dans la situation décrite.

2.3. En déduire l'expression de G, constante universelle de la gravitation, et calculer sa valeur en unités du Système international (SI). On donne : $\theta = 9{,}89 \times 10^{-4}$ rad.

3. Estimation de la valeur de la masse de la Terre

3.1. En confondant le poids d'un corps avec la force gravitationnelle exercée par la Terre sur celui-ci, déterminer l'expression de l'intensité du champ de pesanteur g au niveau du sol (altitude nulle).

Une mesure au dynamomètre donne un poids $P = 7{,}14$ N pour l'une des petites sphères.

3.2. Exprimer puis calculer la masse M_T de la Terre. On donne comme valeur du rayon terrestre : $R_T = 6{,}37 \times 10^3$ km.